

Всероссийская контрольная "Выходи решать!"

Пробный тур. Решения задач по математике. Ноябрь 2018.

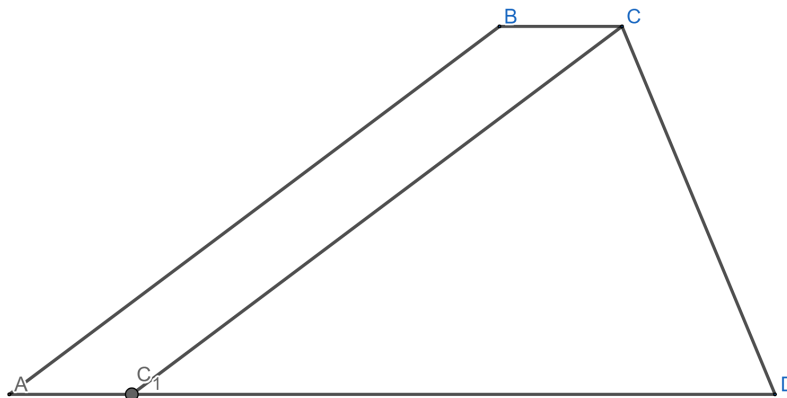
Задача 1. У трёх школьников была одна лопата. Они по очереди вскапывают огород, причём из-за того, что лопата всего одна, работают они по очереди. Оказалось, что каждый из них работает столько времени, за сколько 2 других школьника вскопают половину огорода. Работая таким образом, они вскопали весь огород. Во сколько раз быстрее они бы вскопали огород, если бы у них было 3 лопаты и они работали одновременно? Найдите ответ с точностью до 1 знака после запятой и введите в поле ответа.

Решение. Рассмотрим ситуацию, когда у школьников было 3 лопаты. Пусть в то время, когда один из них вскапывает искомый огород, двое других вскапывают соседние огороды такого же размера. К тому моменту, как будет вскопан искомый огород, ребята успеют вскопать еще $3 \cdot 0,5 = 1,5$ соседних огородов. Значит, вместе бы они вскопали за это время 2,5 огородов.

Ответ: 2,5. □

Задача 2. В трапеции $ABCD$ основания AD и BC равны 25 см и 4 см, а боковые стороны AB и CD — 20 см и 13 см соответственно. Найдите высоту трапеции. Найдите ответ с точностью до целого числа и введите в поле ответа.

Решение. Проведем прямую CC_1 параллельно AB .



Тогда $C_1D = 25 - 4 = 21$, $CC_1 = AB = 20$.

Рассмотрим треугольник C_1CD . Его полупериметр равен $p = \frac{CC_1 + CD + C_1D}{2} = 27$.

По формуле Герона его площадь равна $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = \sqrt{27 \cdot 7 \cdot 14 \cdot 6} = 3 \cdot 7 \cdot 6 = 126$.

С другой стороны, $S = \frac{1}{2}C_1D \cdot h$. Следовательно,

$$h = \frac{2S}{C_1D} = \frac{2 \cdot 126}{21} = 12.$$

Ответ: 12. □

Задача 3. Двое бегунов бежали марафон. Начиная с середины дистанции они бежали с постоянной скоростью 6 км/ч на расстоянии 200 метров друг от друга. Потом они стали подниматься в гору, и скорость их упала до 4 км/ч. Затем они оба бежали с горы со скоростью 7 км/ч, после чего попали в труднопроходимое поле, через которые бежали со скоростью 3 км/ч. Каким стало расстояние между ними? Ответ выразите в метрах с точностью до целого числа и введите в поле ответа.

Решение. Когда первый бегун оказался у подножия горы, он опережал второго на 200 м. Затем, к тому моменту, когда второй бегун оказался у подножия горы, второй преодолел $200 \cdot \frac{4}{6}$ м (начальное расстояние домножили на отношение скоростей).

Продолжая рассуждения, получаем, что расстояние между ними после спуска с горы равно

$$200 \cdot \frac{4}{6} \cdot \frac{7}{4} \cdot \frac{3}{7} = 100.$$

Ответ: 100. □

Задача 4. В классе 17 человек, каждый из которых участвует в олимпиаде “Выходи решать” либо по математике, либо по физике. Известно, что среди любых 10 человек есть хотя бы 1 человек, который участвует в олимпиаде по физике, а учащихся, участвующих в олимпиаде по математике, больше, чем участвующих в олимпиаде по физике. Найдите количество учеников, которые участвуют в олимпиаде по физике. Полученное значение впишите в поле для ответа.

Решение. Оценка: поскольку участников олимпиады по математике больше, чем участников олимпиады по физике, то в олимпиаде по математике участвовали по крайней мере 9 человек.

С другой стороны, если участников олимпиады по математике будет больше 9, не будет выполняться одно из условий задачи: можно будет найти 10 человек, среди которых никто не будет участвовать в олимпиаде по физике.

Следовательно, в олимпиаде по математике приняли участие 9 человек, а в олимпиаде по физике — $17 - 9 = 8$.

Ответ: 8. □

Задача 5. 16 мишек ели мёд из банки, объёмом 1,7 литра. Первый съел половину банки, второй — треть оставшегося после первого, третий — четверть оставшегося от предыдущих, и так далее, в конце шестнадцатый — семнадцатую часть оставшегося. Сколько мёда съели мишки? Ответ выразите в литрах с точностью до 1 знака после запятой и введите в поле ответа.

Решение. Первый мишка съел

$$1,7 \cdot \frac{1}{2},$$

а в банке осталось

$$1,7 \cdot \left(1 - \frac{1}{2}\right),$$

поскольку из общего количества (целую банку мёда обозначили за 1) вычли ту часть, которую он съел.

Аналогично, второй мишка съел

$$1,7 \cdot \left(1 - \frac{1}{2}\right) \cdot \frac{1}{3},$$

а после первого и второго мишки осталось в банке

$$1,7 \cdot \left(1 - \frac{1}{2}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{3}\right).$$

Аналогично рассуждая, получим, что после шестнадцатого мишки останется

$$1,7 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \dots \cdot \frac{16}{17} = 1,7 \cdot \frac{16}{17} = 1,6$$

Ответ: 1,6. □